

DM : Probabilités discrètes et continues

EXERCICE 1 (7 points)

Pour embaucher ses cadres une entreprise fait appel à un cabinet de recrutement. La procédure retenue est la suivante. Le cabinet effectue une première sélection de candidats sur dossier.

40 % des dossiers reçus sont validés et transmis à l'entreprise.

Les candidats ainsi sélectionnés passent un premier entretien à l'issue duquel 70 % d'entre eux sont retenus.

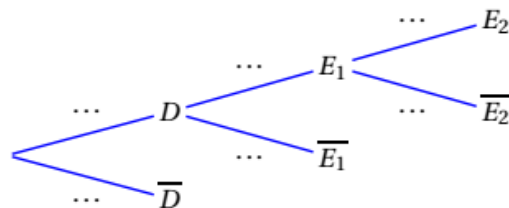
Ces derniers sont convoqués à un ultime entretien avec le directeur des ressources humaines qui recrutera 25 % des candidats rencontrés.

1. On choisit au hasard le dossier d'un candidat.

On considère les évènements suivants :

- D : « Le candidat est retenu sur dossier »,
- E_1 : « Le candidat est retenu à l'issue du premier entretien »,
- E_2 : « Le candidat est recruté ».

- a. Reproduire et compléter l'arbre pondéré ci-dessous.



- b. Calculer la probabilité de l'évènement E_1 .

- c. On note F l'évènement « Le candidat n'est pas recruté ».

Démontrer que la probabilité de l'évènement F est égale à 0,93.

2. Cinq amis postulent à un emploi de cadre dans cette entreprise. Les études de leur dossier sont faites indépendamment les unes des autres. On admet que la probabilité que chacun d'eux soit recruté est égale à 0,07.

On désigne par X la variable aléatoire donnant le nombre de personnes recrutées parmi ces cinq candidats.

- a. Justifier que X suit une loi binomiale et préciser les paramètres de cette loi.
- b. Calculer la probabilité que deux exactement des cinq amis soient recrutés. On arrondira à 10^{-3} .
3. Quel est le nombre minimum de dossiers que le cabinet de recrutement doit traiter pour que la probabilité d'embaucher au moins un candidat soit supérieure à 0,999?

NOM

Prenom

EXERCICE 2 (7 points)

Sofia souhaite se rendre au cinéma. Elle peut y aller à vélo ou en bus.

Partie A : En utilisant le bus

On suppose dans cette partie que Sofia utilise le bus pour se rendre au cinéma. La durée du trajet entre son domicile et le cinéma (exprimée en minutes) est modélisée par la variable aléatoire T_B qui suit la loi uniforme sur $[12 ; 15]$.

1. Démontrer que la probabilité que Sofia mette entre 12 et 14 minutes est de $\frac{2}{3}$.
2. Donner la durée moyenne du trajet.

Partie B : En utilisant son vélo

On suppose à présent que Sofia choisit d'utiliser son vélo.

La durée du parcours (exprimée en minutes) est modélisée par la variable aléatoire T_v qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 14$ et d'écart-type $\sigma = 1,5$.

1. Quelle est la probabilité que Sofia mette moins de 14 minutes pour se rendre au cinéma ?
Quelle est la probabilité que Sofia mette entre 12 et 14 minutes pour se rendre au cinéma ?
On arrondira le résultat à 10^{-3} .

Partie C : En jouant aux dés

Sofia hésite entre le bus et le vélo. Elle décide de lancer un dé équilibré à 6 faces.

Si elle obtient 1 ou 2, elle prend le bus, sinon elle prend son vélo. On note :

- B l'évènement « Sofia prend le bus » ;
- V l'évènement « Sofia prend son vélo » ;
- C l'évènement « Sofia met entre 12 et 14 minutes pour se rendre au cinéma ».

1. Démontrer que la probabilité, arrondie à 10^{-2} , que Sofia mette entre 12 et 14 minutes est de 0,49.
2. Sachant que Sofia a mis entre 12 et 14 minutes pour se rendre au cinéma, quelle est la probabilité, arrondie à 10^{-2} , qu'elle ait emprunté le bus ?

EXERCICE 3 (4 points)

Question préliminaire

Soit T une variable aléatoire suivant une loi exponentielle de paramètre λ , où λ désigne un réel strictement positif.

On rappelle que, pour tout réel a positif, on a : $P(T \leq a) = \int_0^a \lambda e^{-\lambda t} dt$.

Démontrer que, pour tout réel a positif, $P(T > a) = e^{-\lambda a}$.

Dans la suite de l'exercice, on considère des lampes à led dont la durée de vie, exprimée en jour, est modélisée par une variable aléatoire T suivant la loi exponentielle de paramètre $\lambda = \frac{1}{2800}$.

Partie A : étude d'un exemple

1. Calculer la probabilité qu'une lampe fonctionne au moins 180 jours.
2. Sachant qu'une telle lampe a déjà fonctionné 180 jours, quelle est la probabilité qu'elle fonctionne encore au moins 180 jours ?